VALUACION DE CAPITALES AJUSTADOS POR INFLACION

En una economía con inflación como la nuestra es importante estudiar cómo valuar un capital o conjunto de capitales dentro de un cierto período de tiempo.

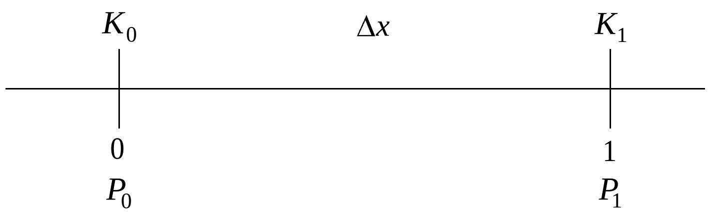
Partiendo de la relación: r = i – ii (tasa real igual a tasa nominal menos tasa de inflación) podemos reflexionar lo siguiente: a) si la tasa de inflación (ii) varía en más o en menos, el rendimiento del capital (i) disminuye o aumenta y por lo tanto la capacidad de adquirir bienes (r) también varía en el mismo sentido.

Entremos a analizar la valoración de un capital en un contexto inflacionario:

LA VALORACIÓN DE CAPITALES EN UN CONTEXTO INFLACIONARIO

Tomando como marco de referencia una determinada moneda, el valor de un bien o servicio económico en función de las necesidades a satisfacer, definen lo que se denomina "poder adquisitivo de la moneda" en un determinado momento.

Como el cálculo financiero tiene como objetivo fundamental el estudio de la variación del capital con el transcurso del tiempo, luego es necesario tener en cuenta el poder adquisitivo de la moneda en forma también dinámica.



Consideremos un cierto período de tiempo Δx; sea K_0 la cantidad de bienes o servicios que se pueden adquirir en el momento 0, momento donde el índice de precios es P_0.

Si al final del período (momento 1) la cantidad de bienes o servicios que se pueden adquirir es $K_1 = K_0$ y el índice de precios es $P_1 = P_0$, se deduce que el poder adquisitivo de la moneda se ha mantenido invariable respecto al tiempo.

Ello implica que el dinero invertido es constante, es decir, $K_0 \cdot P_0 = K_0 \cdot P_1 = K_1 \cdot P_1$, o sea que “igual cantidad de moneda permite adquirir igual cantidad de bienes o servicios independientemente del tiempo”.

Si los índices de precios correspondientes a los extremos del período Δx, no son iguales, es decir, $P_0 \neq P_1$, al final del período Δx (momento 1) se podrá adquirir con una cantidad de dinero $K_0 \cdot P_0$, una cantidad de bienes K_1, tal que:

$$\boxed{K_1 \cdot P_1 = K_0 \cdot P_0}$$

donde debe verificarse que: $K_1 < K_0$ si $P_1 > P_0$ y $K_1 > K_0$ si $P_1 < P_0$ ①

Luego, si $P_0 \neq P_1$ y P_0 es el precio “base”, su variación relativa será:

$\boxed{\dfrac{P_1 - P_0}{P_0} = \pi \neq 0}$ que es la tasa de inflación; y en consecuencia:

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot (1+\pi)}$ donde $1+\pi$ es el coeficiente conector de la moneda,

y $\boxed{P_0 = \dfrac{P_1}{1+\pi}}$ donde $\pi > 0$ ó $\pi < 0$

Es decir, que para adquirir la misma cantidad de bienes al inicio y al final del período, o sea $K_0 = K_1$, será necesario disponer en el momento $"0"$ una cantidad de dinero igual $K_0 \cdot P_0$ y en el momento $"1"$ una cantidad de dinero igual a $K_0 \cdot P_0 \cdot (1+\pi)$; luego, por cada unidad de moneda a disponer en el momento $"0"$ será necesario disponer en el momento $"1"$ de una cantidad igual a $"1+\pi"$.

Los conceptos de valor de un bien a “moneda constante” y su valor a “moneda corriente” están ligados a la variable tiempo y requieren ser definidos con la mayor exactitud posible. Para ello, retomemos los conceptos anteriores.

Sea $\kappa_0 = K_0 \cdot P_0$ la cantidad de moneda necesaria para adquirir al principio del período Δx una cantidad de bienes K_0 al precio P_0. Luego, para adquirir esa misma cantidad K_0 al final del período, será necesario una cantidad de moneda:

$k_1 = K_0 \cdot P_1 = K_0 \cdot P_0 \cdot (1+\pi)$ en donde si $\pi > 0 \Rightarrow \kappa_1 > \kappa_0$ siendo $P_1 = P_0 \cdot (1+\pi)$

Tomando como punto de referencia el momento inicial del período Δx, se dice que el dinero κ_1 tiene al final (momento $"1"$) el mismo valor adquisitivo que κ_0 en el momento $"0"$ (momento inicial), luego es posible expresar:

κ_1 es el valor de la cantidad K_0 en moneda corriente al momento $"1"$, así como κ_0 es su valor en moneda corriente al momento $"0"$ y, en consecuencia, al considerar la cantidad de dinero necesaria al final del período (momento $"1"$) en base al dinero disponible al inicio (momento $"0"$), deberá aplicarse a este último el factor multiplicativo $1+\pi$, que corrige a través del tiempo las cantidades de dinero a los efectos de mantener constante su poder adquisitivo, llamándose por ello factor de corrección monetaria.

En cambio, si partimos del dinero disponible en el momento $"1"$, o sea, κ_1 y se lo desea expresar en función de su valor en el momento inicial, o sea κ_0, deberá tomarse el factor multiplicativo $\frac{1}{1+\pi}$ tal que

$$\boxed{\kappa_0 = \kappa_1 \cdot \frac{1}{1+\pi}}$$

donde este valor es a moneda constante en el momento $"0"$ y en consecuencia $\frac{1}{1+\pi}$ es el factor de corrección monetaria a aplicar sobre la cantidad de moneda κ_1.

Cuando para todo bien o servicio se verifican relaciones como las expresadas en ①, queda definido un proceso de “inflación” o de “deflación” dentro de un período Δx de tiempo según sea la tasa de inflación $\pi > 0$ ó $\pi < 0$ respectivamente.

Luego, la tasa de inflación para un período Δx se la define como el incremento de la cantidad de moneda disponible al comienzo del período, para que se conserve la capacidad de adquisición al final del mismo.

LA VALORACIÓN DE CAPITALES EN UN PROCESO INFLACIONARIO

Como el objetivo del Cálculo Financiero es construir modelos que permitan cuantificar las variaciones que todo proceso productivo genera en el valor de un capital, al desarrollar su capacidad para producir a través del tiempo nuevos capitales, se hace necesario encontrar otra magnitud como patrón para expresar numéricamente el valor de los bienes y servicios o bien utilizar modelos tendientes a corregir los efectos de la inflación, cuando se utiliza como patrón, una moneda en permanente deterioro.

Luego es necesario determinar una “medida real” de la variación del capital en función del poder adquisitivo de la moneda tomada como patrón, o bien evaluar los capitales protagonistas en toda operación financiera, con un único tipo de moneda definida conforme a su valor adquisitivo en un momento determinado.

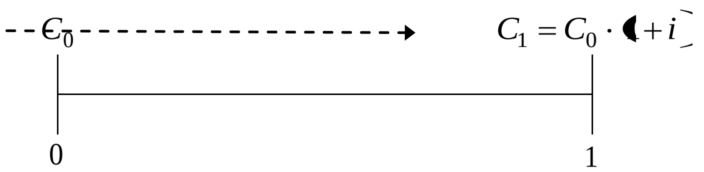
Si por ejemplo tomamos la unidad Δx de tiempo antes propuesta, el tiempo implícito en el intercambio de capitales, será necesario aplicar los factores de corrección monetaria:

$1+\pi$, si en el momento final (momento $"1"$) es considerada una cantidad de moneda disponible en el momento $"0"$ (momento inicial);

$\frac{1}{1+\pi}$; si en el momento $"0"$ (momento inicial) es considerada una cantidad de dinero disponible en el momento $"1"$ (momento final).

RENDIMIENTO REAL DEL INTERCAMBIO DE CAPITALES EN UNA OPERACIÓN FINANCIERA EN FUNCIÓN DE LA CAPACIDAD ADQUISITIVA DE LA MONEDA

Consideremos que C_0 es el capital en el momento inicial de un proceso productivo el cual producirá un interés unitario $"i"$ al cabo de un cierto período de tiempo $(0;1)$, obteniéndose el capital $C_1 = C_0 \cdot (1+i)$



El problema consiste en determinar la tasa real de rendimiento del capital C_0 en función de la capacidad adquisitiva de los capitales intercambiados al momento 1, sabiendo que π es la tasa de inflación para el período $(0;1)$. La operación financiera propuesta, considera el siguiente intercambio de capitales:

C_0, capital disponible en el momento 0 (inicial), por:

$C_1 = C_0 \cdot (1+i)$, capital disponible en el momento 1 (final)

Cuando el tiempo transcurre desde 0 a 1, la capacidad adquisitiva de C_0 en el momento 0 necesitará para su conservación en el momento 1, de una cantidad de dinero igual a $C_0 \cdot (1+\pi)$.

Como C_0 se convierte en $C_1 = C_0 \cdot (1+i)$ en el momento 1, resulta que el rendimiento "real" de C_0 en el período $(0;1)$ será:

$$l_{(0;1)} = C_1 - C_0 \cdot (1+\pi) = C_0 \cdot (1+i) - C_0 \cdot (1+\pi) = C_0 \cdot (1+i-1-\pi) = C_0 \cdot (i-\pi)$$

Expresado en "moneda corriente" al momento 1.

Luego, la tasa real que representa el rendimiento realmente producido por el capital C_0 en el período $(0;1)$ por unidad de moneda invertida y expresada en moneda corriente al momento 1 (momento final) y a los efectos de conservar el poder adquisitivo, resulta:

$$r = \frac{l_{(0;1)}}{C_0 \cdot (1+\pi)} = \frac{C_0 \cdot (i-\pi)}{C_0 \cdot (1+\pi)} \Rightarrow \boxed{r = \frac{i-\pi}{1+\pi}} \quad ②$$

La tasa real es coincidente con la tasa de interés $"i"$ de la operación financiera, solo cuando existe estabilidad monetaria.

Analicemos la igualdad ② para valores de la tasa de inflación en $(0;+\infty)$.En efecto, llevando al límite ambos miembros para cuando $\pi \to 0$, resulta:

$$\lim_{\pi \to 0} r = \lim_{\pi \to 0} \cdot \frac{i-\pi}{1+\pi} \Rightarrow r = i$$

O sea que $\pi \to i$ cuando $\pi \to 0$, luego para valores de π lo suficientemente pequeños, resulta que $i - \pi$ es una buena aproximación de r.

En cambio cuando la tasa de inflación tiende a un valor tan grande como se quiera, es decir, $\pi \to \infty$, la tasa real tendrá el signo de $i - \pi$, es decir que:

$$r > 0 \Leftrightarrow i > \pi \qquad \text{y} \qquad r < 0 \Leftrightarrow i < \pi$$

Es decir, podemos hacer las siguientes operaciones:

$$\lim_{\pi \to +\infty} r = \lim_{\pi \to +\infty} \cdot \frac{i-\pi}{1+\pi} = \lim_{\pi \to +\infty} \cdot \frac{i}{1+\pi} - \lim_{\pi \to +\infty} \cdot \frac{\pi}{1+\pi}$$

pero como $\lim\limits_{\pi\to+\infty}\dfrac{\pi}{1+\pi}=\dfrac{\infty}{\infty}$ derivamos antes del límite para quitar la

indeterminación, es decir: $\lim\limits_{\pi\to+\infty}\dfrac{\pi}{1+\pi}=\lim\limits_{\pi\to+\infty}\dfrac{D\pi}{D(1+\pi)}=\lim\limits_{\pi\to+\infty}\dfrac{1}{1}=\lim\limits_{\pi\to+\infty}1=1$

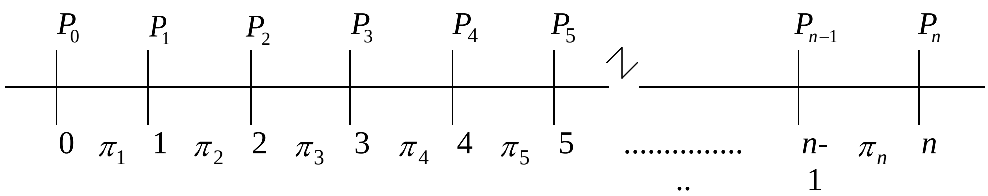
Luego, reemplazando, resulta:

$$\lim_{\pi\to+\infty} r=0-1=-1$$

O sea que la tasa real está acotada inferiormente por el valor -1.

La tasa real es nula, solo cuando la tasa de inflación es igual a la tasa de interés de la ley de capitalización, es decir $r=0 \Leftrightarrow \pi=i$

FACTOR GENERAL DE CORRECCIÓN MONETARIA



Consideramos un cierto intervalo de tiempo $(0;n)$, donde la amplitud de cada período en general es $(n-1;n]$ y donde $P_0,P_1,P_2,P_3,\ldots,P_n$ son los índices de precios en los momentos $0,1,2,\ldots,n$ respectivamente, los cuales permitirán calcular las tasas de inflación $\pi_0,\pi_1,\pi_2,\pi_3,\ldots,\pi_n$ respectivamente, por período.

Es decir que $\forall n$ se verifica:

$$\pi_n=\frac{P_n-P_{n-1}}{P_{n-1}} \Rightarrow \pi_n=\frac{P_n}{P_{n-1}}-1$$

O sea: $$\boxed{1+\pi_n=\frac{P_n}{P_{n-1}}}$$

que es el factor de corrección monetaria, para pasar de moneda en el momento $(n-1)$ a moneda en el momento n.

Aplicando en forma sucesiva los factores de corrección por período, se obtiene el factor de corrección para el total del intervalo, es decir:

$$(1+\pi_1)\cdot(1+\pi_2)\cdot(1+\pi_3)\cdot\ldots\cdot(1+\pi_{n-1})\cdot(1+\pi_n)=\frac{P_1}{P_0}\cdot\frac{P_2}{P_1}\cdot\frac{P_3}{P_2}\cdot\ldots\cdot\frac{P_{n-1}}{P_{n-2}}\cdot\frac{P_n}{P_{n-1}}$$

que es la cantidad de dinero que en $"n"$ tendrá el mismo poder adquisitivo que una unidad monetaria en el momento $"0"$.

Luego, en general es posible escribir:

$$\boxed{1+\pi(0;n)=\frac{P_n}{P_0}} \quad ③$$

Si la tasa de inflación por período es constante, o sea:

$\pi_1=\pi_2=\ldots=\pi_n=\pi$

Luego, $1+\pi_1=1+\pi_2=\ldots=1+\pi_n=1+\pi$

Es decir que resulta $1+\pi(0;n)=(1+\pi)^n$; luego la igualdad ③ puede expresarse:

$$\boxed{(1+\pi)^n=\frac{P_n}{P_0}}$$

Como es posible apreciar, los algoritmos utilizados en esta corrección monetaria son análogos a los aplicados en la valuación de un capital en función de las tasas reales de rendimiento.

LA TASA REAL DE RENDIMIENTO EN OPERACIONES FINANCIERAS CIERTAS

Definida una operación financiera (capitalización o actualización) como toda acción capaz de desarrollar la capacidad de producir capitales (bienes y/o servicios económicos), el rendimiento real o efectivamente producido por la unidad de capital en una determinada unidad de tiempo, constituye uno de los conceptos básicos del Cálculo Financiero. Para expresar este concepto se ha utilizado desde siempre, la denominación de "tasa real o efectiva de rendimiento" (o más restrictivamente, de interés).

Como consecuencia del deterioro de las monedas usadas para valorar los capitales, y en consecuencia, la interpretación de los resultados de las operaciones financieras, surge la necesidad de distinguir su aplicación, según que dichos resultados se expresen a valores corrientes o constantes a un momento dado.

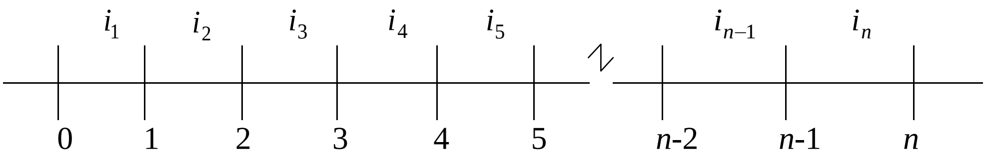
Por lo tanto es necesario tener en cuenta los siguientes criterios:

1.- Cuando se utilice moneda con poder adquisitiva constante, lo que implica moneda corriente con capacidad adquisitiva constante, el símbolo $"i"$ representará a la tasa efectiva o real de rendimiento.

2.- Cuando se utilice **moneda con poder adquisitivo variable**, el símbolo $"i"$ representará el rendimiento unitario en **moneda corriente**, también llamándosele "efectiva" y el símbolo $"r"$ representará el rendimiento unitario expresado en **moneda constante a un determinado momento de referencia**, llamándola tasa "real".

3.- No es conveniente el uso de las llamadas **tasas nominales** ya que no son más que indicadores proporcionales de aquellas.

4.- Dada una operación de *n* períodos con sus respectivas tasas de interés $i_1, i_2, i_3, \ldots, i_n$



en los que se parta un intervalo de valoración, define como ya se sabe, una ley discreta (discontinua) de capitalización.

5.- Para todo período de capitalización se verificará la relación,

$\boxed{1+i_n = (1+r_n)(1+\pi_n)}$ o sus equivalentes:

$$\boxed{r_n = \frac{i_n - \pi_n}{1+\pi_n}} \qquad \text{Ó} \qquad \boxed{i_n = r_n + \pi_n \cdot (1+r_n)}$$

donde no necesariamente las tasas i_n serán las aplicadas en la operación financiera considerada.

6.- Cualquiera sea la ley de capitalización utilizada, si en ella, dos conjuntos de capitales disponibles en diferentes momentos son equivalentes en un determinado momento, dicha equivalencia se conserva para todo otro punto del intervalo de validez de dicha ley.

LA VALORACIÓN DE CAPITALES EN UN CONTEXTO INFLACIONARIO

Conforme a lo ya expuesto, son dos los problemas básicos que pueden plantearse.

a) Definida una operación financiera y valuadas las transformaciones del capital, encontrar la ley de capitalización a tasa real de rendimiento constante, en la cual estas transformaciones (ingresos y egresos), resultan equivalentes.

b) Fijado el rendimiento real periódico constante, a moneda constante a un momento dado, que se desea obtener en una operación financiera; definir las condiciones dentro de las cuales se realizará la misma. El tratamiento desde el punto de vista teórico de estos problemas en un contexto inflacionario, resulta válido en el caso de que el poder adquisitivo del patrón moneda utilizado, sea invariable, por lo tanto bastará con considerar los factores $1+\pi_n$ con $\pi_n = 0$, para toda unidad de tiempo considerada.

Los procesos de transformación permanente a que se encuentra sometido un capital invertido en cierta actividad de producción, obliga a perfeccionar métodos de medición y análisis que permitan asegurar una rentabilidad positiva de la inversión, es decir determinar si el capital invertido en base a los ingresos que generará durante el tiempo que abarque la vida económica de la inversión, garantizara el reembolso de los gastos realizados en base a una determinada tasa de interés.

El método que se emplea para estos fines es el llamado método de descuento o actualización. En efecto, llamamos valor actual neto (*VAN*) de una cierta inversión en el momento inicial de una operación financiera, al valor actual calculado en ese momento, de la suma de todos los gastos e ingresos producidos en todos los periodos de tiempo que dure la inversión, aplicando una determinada tasa de interés.

La inversión luego será conveniente concretarla si el valor resultante de esa actualización es positiva o sea mayor que cero. Cabe aclarar que la actualización puede ser calculada no solamente al momento inicial sino en cualquier otro instante que será único y con el supuesto que la tasa de interés es constante durante todos los periodos de tiempo.

La tasa de interés es la considerada de oportunidad por el inversor, que es diferente a la tasa de largo plazo del mercado. El aspecto a tener muy en cuenta en este procedimiento de cálculo es haber seleccionado un tipo de actualización que sea el correcto.

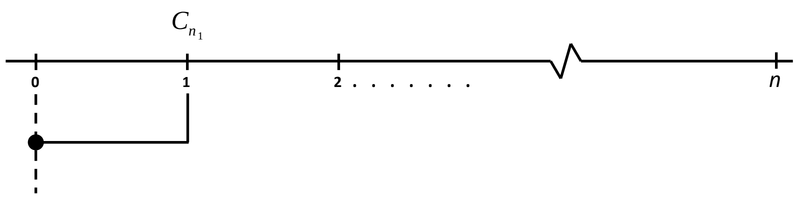
Con el objeto de una mejor comprensión del concepto del valor anual neto (*VAN*) analicemos el ejemplo siguiente:

Una persona cuenta con un cierto terreno en el cual pretende construir un complejo habitacional cuya ejecución demandara una inversión de \$ 3.000.000; siendo el predio tasado en \$ 200.000; es decir, que el costo total de la obra demandara una inversión total de \$ 3.200.000. Una vez concluida la obra se estima que el valor del inmueble será de \$ 5.000.000. El problema radica en determinar si el valor presente o valor actual de \$ 5.000.000 futuros es mayor que los \$3.200.000 que se está invirtiendo.

Por un principio financiero, el valor actual de los \$ 5.000.000 dentro de un año debe ser menor que dicho importe, pues un peso hoy vale más que un peso de mañana, debido a que el peso de hoy es posible invertirlo produciendo una renta inmediata, en cambio el peso de mañana hay que esperar hasta mañana para que produzca ganancia.

El valor actual de un cobro futuro se obtiene multiplicando el mismo por un factor de actualizacion; es decir:

si C_{n_1} es el monto futuro a cobrar dentro de un periodo, el valor actual o presente será



$$VP = C_{n_1} \cdot (1+i)^{-1}$$

donde $(1+i)^{-1}$ es el factor de actualización donde la tasa de interes es aquella que permite contar hoy con el dinero C_{n_1} y no esperar, introduciendo la idea de costo de oportunidad.

Considerando que el valor de la inversión dentro de un año es de \$ 5.000.000 y considerando que la tasa de interes que pretende el inversor como recompensa es del 10% anual, la inversión presente tiene un valor:

$$VP = 5.000.000 \cdot (1+0{,}10)^{-1} = 4.545.454{,}54$$

Que representa el monto a invertir para que dentro de un año a una tasa del 10% anual produzca \$ 5.000.000.

Es decir que el complejo habitacional hoy esta valuado en \$ $4.545.454{,}54$, pero para obtener la utilidad o rentabilidad de la inversión o el Valor Actual Neto (VAN) se debe restar a dicho importe el costo de la inversión realizada, o sea:

$$VAN = VP - \text{costo de inversión}$$

$$VAN = 4.545.454{,}54 - 3.200.000 = \$1.345.454{,}54$$

Luego como el valor actual neto *(VAN)* es positivo, resulta aceptada la inversión propuesta.

Si el valor actual neto (*VAN* < 0) quiere decir que los ingresos no superan los costos, luego el proyecto de su inversión no es aceptable y si el *VAN* es neutro, es decir, *VAN* = 0; nos encontramos con un proyecto de inversión que es indistinto, de acuerdo a la tasa de oportunidad utilizada, porque los resultados compensarán los costos, a través de una rentabilidad de otro emprendimiento de la empresa.

Dentro del campo de la economía se ha resuelto el problema planteado de otra manera utilizando el concepto tasa interna de retorno o rentabilidad (*TIR*) de una inversión.

La (*TIR*) es la tasa interés para la cual el valor actual de todos los ingresos y gastos es igual a cero, es decir son equivalentes; por lo tanto la tasa pasa ser una incógnita. En otros términos es la tasa de actualización que hace al *VAN* = 0. La metodología de cálculo de la *TIR* que convierta al *VAN* = 0, es un proceso interactivo, de ensayos y error: por interpolación utilizando tablas financieras, por aproximación tangencial o utilizando calculadoras financieras.

El método de aproximaciones tangenciales se basa en determinar la tasa de interés que hace al *VAN* igual a cero.

Partimos del siguiente análisis: se sabe que el *VAN* = *VP*- costo de inversión, que es lo mismo que escribir:

$\boxed{VAN = -\text{ costo de inversión} + VP}$

Si llamamos *C* al costo de la inversión, *c* al valor del capital de retorno esperado durante *n* periodos, el valor actual neto VAN resulta igual

$VAN = -C + c\cdot a_{\overline{n}|i}$ donde el segundo término $c\cdot a_{\overline{n}|i}$ es el valor presente, es decir, el valor actual de retornos de valor *c* durante *n* periodos, a una tasa de interés *i* luego:

$$VAN = -C + c\cdot\frac{(1+i)^n - 1}{i\cdot(1+i)^n} = -C + \frac{c\cdot(1+i)^n - c}{i\cdot(1+i)^n} =$$

$$= -C + \frac{c.\cancel{(1+i)^n}}{1\cdot\cancel{(1+i)^n}} - \frac{c}{i\cdot(1+i)^n} = -C + \frac{c}{i} - \frac{c\cdot(1+i)^{-n}}{i} =$$

$$= -C + c\cdot\frac{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$$

o sea el $VAN = -C + c\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$

como la tasa *i* es la que hace el *VAN* = 0; se tiene

$$\boxed{-C + c\cdot\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = 0}$$

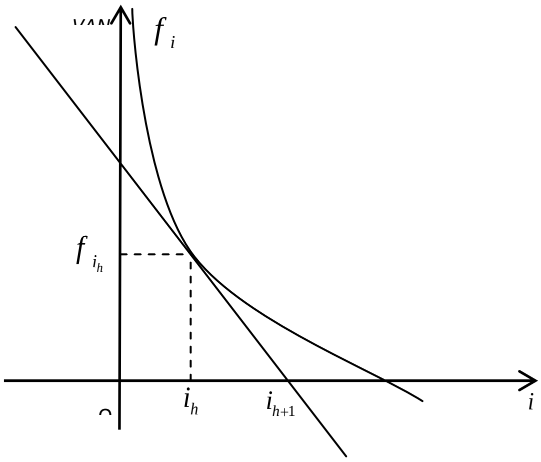
Dividiendo ambos miembros entre c; se obtiene

$$\boxed{-\frac{C}{c}+\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=0}$$

Consideramos una función en *i* al primer miembro, es decir:

$$\boxed{f(i)=-\frac{C}{c}+\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

Derivando dos veces llegamos a la conclusión que la curva que representa la función es decreciente a medida que crece la tasa de interés y es cóncava con un grafico que en forma aproximada tiene la forma



cuando la curva $f(i)$ corta al eje de las ábsidas, el *VAN* es nulo, por lo tanto el problema es determinar la tasa que lo hace posible.

En primer lugar consideramos una tasa i_h tal que el *VAN* sea positivo. Luego la función

$$\boxed{f(i_h)=-\frac{C}{c}+\frac{1-(1+i_h)^{-n}}{i_h}}$$

La recta tangente a la curva en el punto $\left[i_h ; f(i_h)\right]$ corta al eje de las abscisas en un valor aproximado de la tasa igual a i_{h+1}. Para encontrar la ecuación de la recta tangente a $f(i)$ en el punto $\left[i_h ; f(i_h)\right]$, derivamos la función y obtenemos la derivada en i_h; expresión que nos da la pendiente de dicha recta, es decir:

$$f'(i_n)=\frac{n\cdot i_h\cdot(1+i_h)^{-n-1}+(1+i_h)^{-1}}{i_h^2}$$

Luego en ecuación de la recta tangente a la curva f_i que pasa por el punto $\left[i_h ; f_{i_h}\right]$ es

$$\boxed{y = f^{1}_{i_h} \cdot \; i - i_h \; + f_{i_h}}$$

cuando esta recta corta al eje de las abscisas obtenemos una mejor aproximación de la tasa, o sea i_{h+1}, es decir la ecuación será:

$$\boxed{f'_{i_n} \cdot \; i - i_h \; + f_{i_h} \; = 0}$$

de donde:

$$i_{h+1} = i_h + \frac{-f_{i_h}}{f'_{i_n}} =$$

$$\boxed{i_{h+1} = i_h + \frac{\dfrac{C}{c} - \dfrac{1- \; 1+i_h \;^{-n}}{i_h}}{\dfrac{n \cdot i_h \; 1+i_n \;^{-n-1} + \; 1+i_h \;^{-n} \; -1}{i_h^2}}}$$

Una sucesión de capitales destinados a formar un nuevo capital constituye una renta final o imposición y si su destino es reintegrar un capital estamos en presencia de una renta inicial o amortización. Este tipo de operaciones se denominan complejas

Tanto el valor final como el actual de las rentas constantes o variables ajustadas por inflación responden según el caso a los siguientes desarrollos.

VALOR FINAL DE UNA RENTA CONSTANTE VENCIDA AJUSTADA POR INFLACIÓN.

La expresión del valor final ajustado por una inflación sincrónica con el período de la cuota y con tasa real variable y sincrónica con igual período será:

$$\begin{aligned} S_{\overline{n;r;\pi}|} &= C + C\cdot(1+r_1)(1+\pi_1) + C\cdot(1+r_1)(1+\pi_1)(1+r_2)(1+\pi_2) + \\ &+ C\cdot(1+r_1)(1+\pi_1)\cdot(1+r_2)(1+\pi_2)\cdot(1+r_3)(1+\pi_3) + \cdots \\ &+ C\cdot(1+r_1)(1+\pi_1)\cdot\cdots\cdot(1+r_n)(1+\pi_n) = \end{aligned}$$

$$\boxed{S_{\overline{n;r;\pi}|} = C\cdot\left\{\sum_{k=1}^{n}\left[\prod_{s=1}^{k}(1+r_s)\cdot(1+\pi_s)\right]\right\}}$$

donde C es la cuota, r_s es la tasa real sincrónica con el orden de la cuota; π_s es la tasa de inflación sincrónica con el mismo período y n es el número de cuotas.

VALOR FINAL DE UNA RENTA VARIABLE VENCIDA AJUSTADA POR INFLACIÓN.

Siendo la cuota variable, se tiene

$$\boxed{S^{\upsilon}_{\overline{n;r;\pi}|} = \left\{ \sum_{k=1}^{n} C_k \cdot \left[\prod_{s=1}^{k} (1+r_s)\cdot(1+\pi_s) \right] \right\}}$$

VALOR ACTUAL DE UNA RENTA CONSTANTE VENCIDA AJUSTADA POR INFLACIÓN

La expresión será:

$$\begin{aligned} A_{\overline{n;r;\pi}|} &= C\cdot(1+r_1)^{-1}(1+\pi_1)^{-1} + C\cdot(1+r_1)^{-1}(1+\pi_1)^{-1}(1+r_2)^{-1}(1+\pi_2)^{-1} + \\ &+ C\cdot(1+r_1)^{-1}(1+\pi_1)^{-1}\cdot(1+r_2)^{-1}(1+\pi_2)^{-1}\cdot(1+r_3)^{-1}(1+\pi_3)^{-1} + \cdots \\ &+ C\cdot(1+r_1)^{-1}(1+\pi_1)^{-1}\cdots\cdots(1+r_n)^{-1}(1+\pi_n)^{-1} = \end{aligned}$$

$$\boxed{A_{\overline{n;r;\pi}|} = C\cdot\left\{ \sum_{k=1}^{n} \left[\prod_{s=1}^{k} (1+i_s)^{-1}\cdot(1+\pi_s)^{-1} \right] \right\}}$$

donde C es la cuota, r_s es la tasa real del período y sincrónica con el período de la cuota; π_s es la tasa de inflación del mismo período y n es el número de cuotas.

Valor actual de una renta variable vencida ajustada por inflación

La expresión será para la cuota variable:

$$\boxed{A^{\upsilon}_{\overline{n;r;\pi}|} = \left\{ \sum_{k=1}^{n} C_k \cdot \left[\prod_{s=1}^{k} (1+r_s)^{-1}\cdot(1+\pi_s)^{-1} \right] \right\}}$$

RENTAS ADELANTADAS

Considerando los factores de actualización y capitalización en un cierto momento de la operación podemos inferir las fórmulas de las adelantadas capitalizando por un período a las vencidas. El factor de capitalización será para el período por el que se capitaliza:

$(1+r_j)\cdot(1+\pi_j)$ siendo *j* el período por el que se capitaliza.

RENTAS ADELANTADAS Y DIFERIDAS

Para el caso de una renta diferida la época inicial o efectivización de la primera cuota es posterior al momento de la valuación, se debe trasladar el valor de la renta mediante los factores que corresponda, siendo *j* los períodos por los que se actualiza o capitaliza y p la cantidad de los mismos. Los factores mencionados serán:

$$\boxed{\prod_{j=1}^{p}(1+r_j)^{-1}\cdot(1+\pi_j)^{-1}} \quad \text{o} \quad \boxed{\prod_{j=1}^{p}(1+r_j)\cdot(1+\pi_j)}$$